

Tentamen Mathematische Simulatie 2.4
27 augustus 2003

Vraag 1 t/m 15 levert ieder bij goede beantwoording 5 punten op.
Vraag 16 levert 25 punten op.

1. a) Wat is een randomgetal?
b) Wat is een pseudo-randomgetal?
c) Waarvoor worden randomgetallen gebruikt?

2. Hoe werkt de runs up test om te toetsen of een reeks randomgetallen beantwoordt aan de eisen?
Wat toetst u in feite met de runs up test?

3. Wat verstaat men onder validatie van een wiskundig model?
Noem en bespreek 3 vormen van validatie. Wat zijn de moeilijkheden bij de praktische uitvoering bij deze vormen van validatie.

4. Waarom is het nodig bij experimenten aan een stochastische simulatiemodel om voor dezelfde situatie diverse runs te doen? Hoe bepaalt u de keuze van het aantal runs?

5. Wat is een metamodel en wat is het nut hiervan?
Waarom is het zinvol in een metamodel er voor te zorgen dat alle variabelen over hetzelfde bereik variëren?

6. Hoe wordt via de inverse transformatiemethode een trekking gedaan uit een discrete kansverdeling?
Waarom wordt via deze methode de stochastische variabele op de correcte manier gerepresenteerd?

7. Hoe wordt via de inverse transformatiemethode een trekking verkregen uit een continueverdeling?

Pas deze methode toe op de exponentiële verdeling.

8. Leg uit hoe met behulp van een χ^2 -verdeling kan worden getoetst of een serie random verkregen waarnemingen afkomstig zouden kunnen zijn van een gegeven kansverdeling.

9. Hoe kan de centrale limietstelling gebruikt worden om uitkomsten van verschillende modelsituaties met elkaar te vergelijken?

Waarom is het van belang om voor verschillende modelsituaties dezelfde reeksen randomgetallen te gebruiken?

10. Wat is een volledig factorieel ontwerp en waarvoor wordt deze gebruikt?

11. Er zijn metingen gedaan om de invloed van 2 factoren te bepalen die ieder de waarde -1 en $+1$ kunnen aannemen. In onderstaande tabel zijn de gemiddelde uitkomsten van de vier combinaties weergegeven:

A	B	Uitkomst
-1	-1	40
-1	$+1$	20
$+1$	-1	30
$+1$	$+1$	25

Geef de uitdrukking voor de invloed van:

factor A

factor B

interactie tussen factor A en factor B

gemiddelde respons.

Motiveer deze uitdrukkingen en geef de schattingen.

12. Gegeven is een stochastische variabele X met kansdichtheidsfunctie

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{3}{2}x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\f(x) &= 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \\f(x) &= 0, & \text{elders}\end{aligned}$$

- a) Schrijf deze kansdichtheidsfunctie als de compositie van twee kansdichtheidsfuncties, respectievelijk gedefinieerd op het interval $[0,1]$ en $[1,2]$.
- b) Werk uit hoe een trekking voor X verloopt volgens de compositiemethode.

13. Wat is de geheugenloosheidseigenschap van een Poisson proces?

Aan welke kansdichtheidsfunctie voldoen de tussenaankomsttijden voor een Poisson proces?

Bewijs de geheugenloosheidseigenschap voor deze stochastische variabele.

14. Hoe kunnen trekkingen verkregen worden voor een normale verdeling $N(\mu, \delta^2)$?

Waarom voldoet deze methode?

Hoe kunnen trekkingen verkregen worden voor een afgeknotte normale verdeling?

15. Wat zijn de voordelen en wat zijn de nadelen van wiskundige simulatie als beslissingsondersteunende methode?

16. Een kruideniersbedrijf kent twee soorten kassa's: kassa's waar alleen klanten mogen afrekenen met minder dan 10 items, en kassa's waar klanten mogen afrekenen met 10 of meer items. Op dit moment heeft het bedrijf 8 kassa's waarvan twee voor de klanten met minder dan 10 items. Het bedrijf vraagt zich af of de gemiddelde wachttijd voor de kassa's zal dalen als er nog een 3^e "weinig items"-kassa wordt ingesteld, waardoor er dus 1 kassa minder komt voor de klanten met 10 of meer items. Er wordt hiertoe een simulatiemodel opgezet, waarin twee klantenstromen voor respectievelijke "veel item"-klanten en "weinig item"-klanten worden gemodelleerd als Poisson processen, met gemiddelde tussenaankomsttijden respectievelijk λ_1 en λ_2 . De klanten kiezen binnen hun kassagroep de kassa met het geringste aantal wachtenden en, indien dit er meerdere zijn, kiezen ze hieruit een willekeurige.

De afreketijden per klant zijn voor beide kassatypen uniform verdeeld op respectievelijk de intervallen $[2,4]$ ("weinig item"-klanten) en $[5,9]$ ("veel item"-klanten)

- (a) Geef de componenten, componentklassen en de activiteiten voor een simulatiemodel van deze situatie.
- (b) Definieer toestandsvariabelen die het systeem eenduidig vastleggen.
- (c) Geef een beschrijving van de probleemsituatie volgens de activiteitenbeschrijvingsmethode.
- (d) Geef een beschrijving van de probleemsituatie volgens de eventbeschrijvingsmethode.
- (e) Geef een beschrijving van de probleemsituatie volgens procesbeschrijvingsmethode.
- (f) Geef een stroomdiagram voor een simulatiemodel gebaseerd op de eventbeschrijvingswijze.
- (g) Indien $\lambda_1 = 2$ en $\lambda_2 = 1$ verwacht u dan dat het zinvol is het aantal "weinig item"-kassa's op te hogen tot 3?